Berechnungsverfahren für die Cent-Werte

In der Cent-Rechnung wird der temperierte Halbtonschritt in 100 gleiche Teile eingeteilt und dementsprechend die Oktave in 1200 Teile. Da das Intervallverhältnis der Oktave $\frac{2}{1}$ ist, ist das Verhältnis von zwei Tönen im Centabstand

$$\sqrt[1200]{\frac{2}{1}} = 1{,}0005777895065548592967925757932 3$$

Wenn von einem Intervall mit dem Verhältnis $\frac{p}{q}$ der Centwert x bestimmt werden soll, gilt

$$\left(\sqrt[1200]{2}\right)^x = \frac{p}{q}$$

Logarithmieren zu einer beliebigen Basis b ergibt

$$\log_b\left[\left(\sqrt[1200]{2}\right)^x\right] = \log_b \frac{p}{q}$$

Da die Basis beliebig ist, werden der Einfachheit halber im Folgenden natürliche Logarithmen verwendet.
Wegen $\sqrt[a]{b} = b^{\frac{1}{a}}$ gilt

$$\sqrt[1200]{2} = 2^{\frac{1}{1200}}$$

Einsetzen ergibt

$$\log\left[\left(2^{\frac{1}{1200}}\right)^x\right] = \log\left(\frac{p}{q}\right)$$

Wegen $(a^m)^n = a^{mn}$ gilt

$$\left(2^{\frac{1}{1200}}\right)^x = 2^{\frac{x}{1200}}$$

Einsetzen ergibt

$$\log\left(2^{\frac{x}{1200}}\right) = \log\left(\frac{p}{q}\right)$$

Wegen $\log\left(a^c\right) = c \log a$ gilt

$$\log\left(2^{\frac{x}{1200}}\right) = \frac{x}{1200} \log 2$$

Einsetzen ergibt

$$\frac{x}{1200} \log 2 = \log\left(\frac{p}{q}\right)$$

Wegen $\log\left(\dfrac{p}{q}\right) = \log p - \log q$ gilt

$$\frac{x}{1200} \log 2 = \log p - \log q$$

Daraus folgt: Der Centwert x für ein Intervall mit dem Verhältnis $\dfrac{p}{q}$ ist

$$x = 1200 \frac{\log p - \log q}{\log 2}$$

www.stefanprey.de